УДК 536.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ОБОГРЕВА БЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ЗИМНЕМ БЕТОНИРОВАНИИ

Вытчиков *Юрий Серафимович,*
Беляков *Игорь Геннадьевич,* ***Нохрина*** *Елена Николаевна*
Самарский государственный архитектурно-строительный университет

Представлена методика расчета теплового режима обогрева бетонных конструкций в греющих опалубках, сущность которой заключается в сведении краевой задачи теплопроводности к системе эквивалентных интегральных уравнений. В результате применения асимптотического метода к решению интегрального уравнения получено аналитическое решение рассматриваемой задачи.

Ключевые слова: греющая опалубка, сетчатый нагреватель, тепловой поток, функция Грина, интегральное уравнение.

Применение греющей опалубки с сетчатыми электронагревателями при возведении монолитных конструкций в зимнее время позволяет получать изделия высокого качества. Основы проектирования греющих опалубок рассмотрены в [1 - 7].

В данной статье приводится приближенный метод расчета температурных полей и режима обогрева бетонных конструкций в греющей опалубке.

Расчет температурных полей в бетонных конструкциях при их обогреве в греющих опалубках рассмотрим при следующих основных допущениях:

- температурное поле в бетоне принимаем двухмерным;
- тепловыделения в бетоне принимаем зависящими от времени и температуры;
- температурное поле в опалубочном щите принимаем одномерным в направлении оси X;
- пренебрегаем теплоёмкостью опалубочного щита и утеплителя ввиду их малости;
- теплопотери в окружающую среду оцениванием приближённо, считая градиент температурного поля по толщине изоляции постоянным.

На рис. 1 представлен фрагмент греющей опалубки.

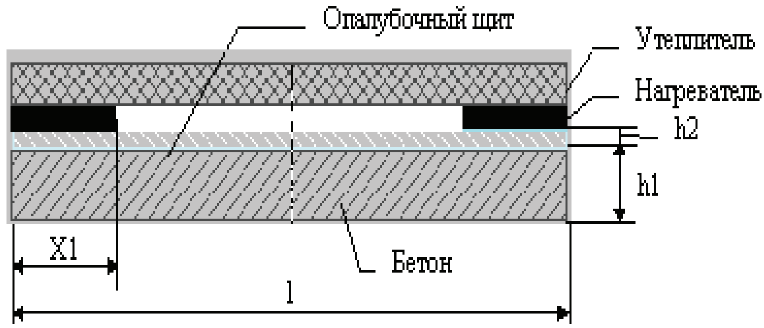

Рис. 1- Фрагмент греющей опалубки

С учётом принятых допущений процесс теплообмена описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = 0_1(t)\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) + \frac{\&}{A\cdot\rho}\cdot\frac{dQ_M}{dt};$$
$$0 \le x \le l; 0 \le y \le h_1; t > 0 \qquad (1)$$

$$\lambda_2 \cdot h_2 \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q(x,t) - q_1(x,t) - q_2(x,t) = 0;$$
$$0 \le x \le l; t > 0 \qquad (2)$$

$$q_1(x,t) = -\lambda_1(t)\frac{\partial\theta}{\partial y} / y = h_1; \qquad (3)$$

$$q_2(x,t) = k\left(T - T_f\right); \qquad (4)$$

$$q(x,t) = \begin{cases} q(t); 0 \le x \le x_1; x_2 \le x; \\ 0; x_1 \le x \le x_2; \end{cases} \qquad (5)$$

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial y}\right|_{y=0} = 0; \left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{\partial\theta}{\partial x}\Big|_{x=l} = 0; \qquad (6)$$

$$\theta(x,y,0) = \theta_0(x,y); \qquad (7)$$

$$\theta(x,h_1,t) = T(x,t); \qquad (8)$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=l} = 0; \qquad (9)$$

где $\theta=\theta\left(x,y,t\right);T\left(x,t\right)-$ температура бетона и опалубки соответственно, °С;

$\theta_0\left(x,y\right);T_0\left(x\right)-$ начальная температура бетона и опалубки соответственно, °С;

$\alpha_1\left(t\right)$ - коэффициент температуропроводности бетона, м²/ч;

$\lambda_1\left(t\right)$ - коэффициент теплопроводности бетона, Вт/м·°С;

Ц – количество цемента в 1м³ бетона, кг/м³;

$Q_э$ – тепловыделение при гидратации цемента, кДж/кг;

$q\left(x,t\right)$ - удельный тепловой поток от электронагревателей, Вт/м²;

$q_1\left(x,t\right)$ - удельный тепловой поток на поверхности бетона, Вт/м²;

$q_2\left(x,t\right)$ - удельный тепловой поток с поверхности изоляции, Вт/м²;

$2h_1$, h_2 – толщина бетонной конструкции и опалубки соответственно, м;

λ_2 -коэффициент теплопроводности материала опалубки, Вт/м·°С;

ℓ - шаг между нагревателями, м;

$2x_1$ - ширина нагревателя, м;

k – коэффициент теплопередачи, $k=\left(\frac{\delta_{из}}{\lambda_{из}}+\frac{1}{\alpha}\right)^{-1};Вт/м^2\cdot°C;$

$\delta_{из}$ – толщина изоляции, м;

$\lambda_{из}$ – коэффициенты теплопроводности изоляции, Вт/м·°С;

$\alpha-$коэффициент теплоотдачи с внешней поверхности изоляции, Вт/м²·°С;

Теплоту гидратации цемента представим в виде произведения функции экзотермии от времени на температуру бетона, т.е.

$$Q_э=f\left(t\right)\theta, \tag{10}$$

где *f*(*t*) – функция, зависящая от конкретных условий рассматриваемого процесса.

Тогда уравнение (10) примет вид:

$$F\left(t\right)\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}+\phi\left(t\right)\theta, \tag{11}$$

где $F\left(t\right)=\dfrac{1-\dfrac{Ц}{c\rho}f\left(t\right)}{a_1\left(t\right)};\phi\left(t\right)=\dfrac{Ц\cdot f'\left(t\right)}{c\cdot\rho\cdot a_1\left(t\right)}.$

Уравнение (11) приведём к уравнению с постоянными коэффициентами, вводя новую независимую переменную τ и новую функцию $\overline{\theta}$:

$$\tau=\int_0^l\frac{d\alpha}{F\left(\alpha\right)};\theta=\overline{\theta}\exp\left[\int_0^\tau\phi\left(\alpha\right)d\alpha\right]. \quad (12)$$

Предположим, что функция $\tau\left(t\right)$ монотонна, тогда существует обратная функция

$$t=t\left(\tau\right);t\left(0\right)=0;\alpha_1\left(t\right)=\alpha_1\left(\tau\right);\phi\left(t\right)=\phi\left(\tau\right). \quad (13)$$

Следовательно, вместо (1) – (9) получим:

$$\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial\tau}=\frac{\partial^2\overline{\theta}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\overline{\theta}}{\partial y^2}; \quad (14)$$

$$\lambda_2h_2\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+q\left(x,\tau\right)-q_1\left(x,\tau\right)-q_2\left(x,\tau\right)=0; \quad (15)$$

$$q_1\left(x,\tau\right)=-\lambda_1\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial y}\Big|_{y=h_1}; \quad (16)$$

$$\overline{\theta}\left(x,h_1,\tau\right)\exp\left[\int_0^\tau\phi\left(\alpha\right)d\alpha\right]=T\left(x,\tau\right). \quad (17)$$

Уравнения (14), (15) с помощью функции Грина приведём к эквивалентным интегральным уравнениям. Интегральное представление второй краевой задачи для уравнения (14) запишем в виде:

$$\overline{\theta}\left(x,y,\tau\right)=\int_0^\tau d\alpha\int_0^l q_1\left(\xi,\alpha\right)G_1\left(x,\xi,y,h_1,\tau-\alpha\right)d\xi+F_1\left(x,y,\tau\right). \quad (18)$$

Полагая, что $y=h_1$, получим:

$$\overline{\theta}\left(x,h_1,\tau\right)=\int_0^\tau d\alpha\int_0^l q_1\left(\xi,\alpha\right)G_1\left(x,\xi,h_1,h_1,\tau-\alpha\right)d\xi+F_1\left(x,h_1,\tau\right); \quad (19)$$

где $F_1\left(x,y,\tau\right)=\int_0^l G_1\left(x,\xi,\tau\right)\theta_0\left(\xi,y\right)d\xi;$

$$G_1\left(x,\xi,y,\eta,\tau\right)=G_1\left(x,\xi,\tau\right)G_1\left(y,\eta,\tau\right);$$

$G_1(x,\xi,\tau), G_1(y,\eta,\tau)$ - функции Грина второго рода для пластины и стержня [8].

Совокупность уравнений (14) – (17), (19) представляет собой систему интегро-дифференциальных уравнений относительно функции $\overline{\theta}(x,h_1,\tau), T(x,\tau), q(x,\tau), q_1(x,\tau)$. Применяя для нахождения приближённого решения интегрального уравнения (19) асимптотический метод, получим:

$$\overline{\theta}(x,h_1,\tau) = q_1(x,\tau)\,\Gamma(x,\tau) + F_1(x,\tau); \tag{20}$$

где $\Gamma(x,\tau) = \int_0^\tau d\alpha \int_0^l G_1(x,\xi,h_1,h_1,\tau-\alpha)\,d\xi.$

Из уравнения (20) найдём выражение для теплового потока $q_1(x,\tau)$, которое далее подставим в уравнение (15). Тогда получим обыкновенное дифференциальное уравнение относительно функции $T(x,\tau)$, решение которого запишем с помощью функции Грина [9, 10]:

$$T(x,\tau) = \int_0^l G_2(x,\xi,\tau)\,R(\xi,\tau)\,d\xi, \tag{21}$$

где $G_2(x,\xi,\tau) = \begin{cases} \dfrac{ch(px)\,ch\left[p(l-\xi)\right]}{psh(pl)}; 0 \le x \le \xi; \\ \dfrac{ch(p\xi)\,ch\left[p(l-x)\right]}{psh(pl)}; \xi \le x \le l; \end{cases}$

$$p = \sqrt{\frac{1}{\lambda_2 h_2}\left[k + \frac{f}{\Gamma(x,\tau)}\right]}; f = \exp\left[-\int_0^\tau \phi(\alpha)\,d\alpha\right];$$

$$R(x,\tau) = -\frac{1}{\lambda_2 h_2}\left[\frac{F_1(x,\tau)}{\Gamma(x,\tau)} + kT_f + q(x,\tau)\right].$$

Получено приближённое аналитическое решение нестационарной задачи для температуры поверхности бетона, имеющее следующий вид:

для $0 \le x \le x_1$

$$\upsilon(x,\tau) = \frac{q}{\lambda_2 h_2 p^2 sh(pl)} \begin{Bmatrix} sh(pl) + ch(px)\,sh(px_1) - \\ -ch(px)\,sh\left[p(l-x_1)\right] \end{Bmatrix} \tag{22}$$

для $x_1 \le x \le \frac{l}{2}$

$$\upsilon(x,\tau) = \frac{q}{\lambda_2 h_2 p^2 sh(pl)} \begin{Bmatrix} ch\left[p(l-x)\right] sh(px_1) - \\ -ch(px) sh(px_1) \end{Bmatrix}; \qquad (23)$$

$$\partial(\tau) = \frac{a\tau}{h_1} + \frac{2h_1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{n^2\pi^2}{h_1^2} a\tau\right)\right], \qquad (24)$$

где $\upsilon(x,\tau) = T - T_0 -$ избыточная температура опалубки, равная температуре поверхности бетона, °С;

T_0 - начальная температура бетона и опалубки, °С;

q - удельный поток от электронагревателей, который определяется по следующему выражению:

$$q(\tau) = \frac{\upsilon(0,\tau)\lambda_2 h_2 p^2 sh(pl)}{sh\left[p(l-x_1)\right] - sh(pl) - sh(px_1)}; \qquad (25)$$

$2h_1$, h_2 - толщина бетонной конструкции и опалубки соответственно;

$\lambda_1, \lambda_2 -$ коэффициенты теплопроводности бетона и материала опалубки соответственно, Вт/м·°С;

а - коэффициент температуропроводности бетона, $м^2$/ч;

$2x_1$ - ширина нагревателя, м;

ℓ - шаг между нагревателями, м.

Расчет температурных полей на поверхности бетона с помощью формул (22) и (23), а также величины удельного теплового потока от электронагревателей по формуле (25) при выполнении ручного счёта требует значительного времени. В связи с этим разработаны алгоритм и программа расчёта теплового режима обогрева бетонных конструкций от греющих опалубок с применением сетчатых нагревателей.

Библиографический список

1. Крылов Б.А., Пижов А.И. Тепловая обработка бетона в греющей опалубке с сетчатыми электронагревателями. М.: Стройиздат, 1975. 52с.
2. Теличенко В.И., Терентьев О.М., Лапидус. Технология возведения зданий и сооружений. 3 изд. стер. М.: Высшая школа, 2006. 446 с.

3. Вытчиков Ю.С., Глухов Б.А. Расчет температурных полей в бетонных конструкциях при обогреве в греющих опалубках // Моделирование и оптимизация процессов теплообмена в теплоэнергетике. Куйбышев: КПтИ, 1985.
4. Вытчиков Ю.С., Глухов Б.А. Исследование тепловых режимов обогрева монолитных железобетонных конструкций в греющих опалубках // Методы и средства решения краевых задач: Труды научно-технического семинара. М.- Казань, 1984.
5. Темников А.В., Вытчиков Ю.С., Хорольский В.М. Обратные задачи теплообмена системы тел, находящихся в тепловом взаимодействии // Обратные задачи и идентификация процессов теплообмена: Труды 5 Всесоюзного семинара. Уфа, 1984.
6. Вытчиков Ю.С., Беляков И.Г. Расчет теплового режима обогрева бетонных конструкций // Актуальные проблемы в строительстве и архитектуре. Образование. Наука. Практика: материалы 62-й Всероссийской научно–технической конференции и итогам НИР СГАСУ за 2004 г. / СГАСУ. Самара, 2005.
7. Вытчиков Ю.С., Беляков И.Г., Сенченко Л.Л. Расчет теплового режима обогрева бетона в греющей опалубке: Методические указания к расчетно–графической работе по дисциплине «Математическое моделирование динамических объемов» / СГАСУ. Самара, 2007.
8. Бутковский А.Г. Характеристики систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1979. 224 с.
9. Тихонов А.П., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М: Наука, 1972. 520 с.
10. Юсупова О.В., Кайракбаев А.К., Хлебникова М.Ю. Дифференциальные уравнения математической физики: учебное пособие / СГАСУ. Самара, 2006. 140 с.